

Name:

Aufgabe	1	2	3	4	5
Punkte					

Summe:

Note:

Insgesamt gibt es 26 Punkte. Für eine 6 reichen 21 Punkte.

**Aufgabe 1** (10 Punkte) Führen Sie eine Kurvendiskussion durch für  $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$ . Notieren Sie jeweils den Rechenweg.

- a) (3 Punkte)  $\pm 1$  sind Nullstellen. Bestimmen Sie die weiteren Nullstellen.
- b) (1 Punkt) Bestimmen Sie die Symmetrieeigenschaften
- c) (3 Punkte) Bestimmen Sie die Minima und Maxima. (Begründen Sie jeweils, warum es Minima oder Maxima sind.)
- d) (2 Punkte) Bestimmen Sie die Wendepunkte.
- e) (1 Punkt) Bestimmen Sie das Randverhalten.
- f) (2 Punkte) Zeichnen Sie die Funktion.

**Aufgabe 2** (3 Punkte) Ermitteln Sie mit Hilfe der Ableitungen das Monotonie- und Krümmungsverhalten der Funktion  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$ .

**Aufgabe 3** (3 Punkte) Geben Sie jeweils ein Beispiel für eine Funktion mit der folgenden Eigenschaft:

- a) Bei  $x = 0$  ist  $f'(0) = 0$ , die Funktion hat aber dort kein Extremum.
- b) Die Funktion hat geraden Grad und liegt ganz unterhalb der  $x$ -Achse.

**Aufgabe 4** (2 Punkte) Beweisen Sie, dass der Graph jeder Funktion  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  mit  $a \neq 0$  genau eine Wendestelle hat.

**Aufgabe 5** (6 Punkte) Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Entscheidung

- a) Gerade Funktionen haben eine gerade Anzahl von Nullstellen.
- b) Der Graph einer Funktion vierten Grades hat eine Extremstelle.
- c) Der Graph einer Funktion dritten Grades hat einen Sattelpunkt.

**Lösungen** 1a)  $\pm\sqrt{3}$  b) Gerade Funktion c) Minima  $(\pm\sqrt{2}, -1)$ , Maximum  $(0,3)$  d)  $\pm\sqrt{2/3}, 115/81$  e)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} = \infty$

2) steigend bis -2, dann fallend bis 0, dann wieder steigend. Rechtsgekrümmt bis -1, dann linksgekrümmt.

3) a)  $y = x^3, y = -1$  4) Zweite Ableitung ist lineare Funktion, genau eine Nullstelle

5a) nein, ja, nein