

Name:

Aufgabe	1	2	3	4
Punkte				

Summe:

Note:

Insgesamt gibt es 24 Punkte. Für eine 6 reichen 21 Punkte.

**Aufgabe 1** (5 Punkte) Zwei Teilchen bewegen sich gleichförmig und geradlinig fort. Das Teilchen A ist zur Zeit  $t$  am Ort  $(4t, 5t)$  und das Teilchen B am Ort  $(t, 10 - t)$ .

- Zeige, dass sich die Bahnen der beiden Teilchen kreuzen und dass sich die Teilchen dabei nicht treffen.
- Gib die Parametrisierung der Bahn eines Teilchens C an, das zur Zeit  $t = 0$  im Ort  $(0, 0)$  ist und das Teilchen B zur Zeit  $t = 2$  trifft.

**Aufgabe 2** (5 Punkte) Gegeben sind die Punkte  $A(1, 2, -1)$ ,  $B(4, 5, -1)$  und  $D(2, 1, 3)$ .

- Finden Sie einen vierten Punkt  $C$ , so dass  $ABCD$  ein Quadrat ist.
- Zeige, dass das Viereck  $ABCD$  ein Quadrat ist.
- Bestimme zwei Punkte  $E$  und  $F$  so, dass die Punkte  $ABCDEF$  ein (reguläres) Oktaeder bilden.
- Bestimme Oberfläche und Volumeninhalt dieses Oktaeders.

BITTE WENDEN!

**Aufgabe 3** (5 Punkte) Ein Mittelstreckenläufer trainiert Tempohärte, indem er achtmal – mit kurzen Pausen dazwischen – 200 m läuft. Er notiert seine 8 Zeiten: 27.83 s, 28.44 s, 29.13 s, 27.76 s, 29.31 s, 29.15 s, 30.12 s, 28.15 s. Diese Zeiten schreibt er in einen Vektor  $\vec{t}$  (siehe unten). Die Kehrwerte sind in  $\vec{k}$  notiert. Ausserdem sei  $\vec{e}$  ein Vektor, der aus lauter Einsen besteht und  $\vec{z}$  ein Vektor, dessen sämtliche Einträge 200 sind.

$$\vec{t} = \begin{pmatrix} 27.83 \\ 28.44 \\ 29.13 \\ 27.76 \\ 29.31 \\ 29.15 \\ 30.12 \\ 28.15 \end{pmatrix}, \vec{k} = \begin{pmatrix} 1/27.83 \\ 1/28.44 \\ 1/29.13 \\ 1/27.76 \\ 1/29.31 \\ 1/29.15 \\ 1/30.12 \\ 1/28.15 \end{pmatrix}, \vec{e} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{z} = \begin{pmatrix} 200 \\ 200 \\ 200 \\ 200 \\ 200 \\ 200 \\ 200 \\ 200 \end{pmatrix}$$

Beschreiben Sie die Bedeutung der folgenden Ausdrücke, ohne sie zu berechnen. Insbesondere bei den letzten beiden müssen die Formulierungen präzise sein.

- a)  $\vec{t} \cdot \vec{e}$                       b)  $\vec{z} \cdot \vec{e}$                       c)  $\frac{1}{8} \vec{t} \cdot \vec{e}$                       d)  $\frac{1}{8} \vec{k} \cdot \vec{z}$   
 e)  $\frac{\vec{z} \cdot \vec{e}}{\vec{t} \cdot \vec{e}}$

**Aufgabe 4** (9 Punkte) Durch den in der Höhe kräftigen Wind wird die Richtung eines Flugzeugs abgelenkt. Als Folge entspricht die Eigenrichtung (die Richtung des Rumpfes) meist nicht der Flugrichtung.

In einer Höhe von 1500 m über Boden bewegt sich die Luft mit einer Geschwindigkeit von 50 km/h parallel zum Boden in Richtung Nordwest. Ein Flugzeug fliegt parallel zum Boden in dieser Höhe. Als Kurswinkel wird der Winkel zwischen Nordrichtung und Flugrichtung bezeichnet. Lösen Sie die folgenden Aufgaben zunächst zeichnerisch mit 10 km/h  $\simeq$  1 cm und dann auch noch rechnerisch.

- a) Die Eigengeschwindigkeit des Flugzeugs betrage 150 km/h.
- Bestimmen Sie den Kurswinkel und die resultierende Fluggeschwindigkeit, wenn der Rumpf Richtung Norden zeigt.
  - Bei welcher Eigenrichtung beträgt der Kurswinkel  $0^\circ$  ?
- b) Bestimmen Sie die minimale Eigengeschwindigkeit, die nötig ist, damit das Flugzeug nach Norden fliegen kann.

**Lösung:** 2)  $C(5|4|3)$ ,  $E(5|1|0)$ ,  $F(1|5|2)$  Vol  $6\sqrt{2}$