

Name:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8
Punkte								

Summe:

Note:

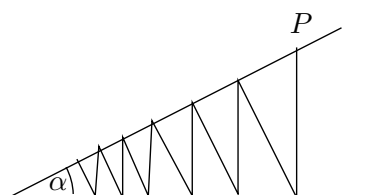
Insgesamt gibt es 24 Punkte.

Aufgabe 1 (3 Punkte) Beweise

$$\sum_{k=1}^n 4 \cdot 5^{k-1} = 5^n - 4$$

Aufgabe 2 (3 Punkte) Beweise: Die Zahl $1 + 3^{2n+1}$ ist für alle $n \in \mathbb{N}$ durch 4 teilbar.**Aufgabe 3** (3 Punkte) Beweise den folgenden Satz mit Hilfe von vollständiger Induktion:Für jede geometrische Folge $a_n = a_0 \cdot q^n$ gilt $s_n = a_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$ (falls $q \neq 1$).**Aufgabe 4** (2 Punkte) Gegeben ist die Folge $a_n = 3 \cdot 0.6^n$. Von welchem n an weicht s_n um weniger als 0.001 von s_∞ ab?

Aufgabe 5 (4 Punkte) Gegeben ist ein spitzer Winkel $\alpha = 27^\circ$. Vom Punkt P , der 5cm vom Scheitel des Winkels entfernt ist, wird ein Lot auf den anderen Schenkel des Winkels gefällt, von dort aus wieder ein Lot auf den gegenüberliegenden Punkt und so weiter. Wie lang ist die Gesamtstrecke der unendlich vielen Lote? (Tipp: die kleinen Dreiecke sind ähnlich zum Dreieck bestehend aus den Schenkeln des Winkels und dem ersten Lot.)



Aufgabe 6 (3 Punkte) Ein Atom der radioaktiven Substanz A zerfällt in ein stabiles Atom B und weitere uns hier nicht interessierende Teilchen. Das Atomgewicht von B beträgt 25 Prozent des Atomgewichts von A . Die Halbwertszeit von A beträgt 27 Tage. Wieviele kg der Substanz B sind nach 250 Tagen aus 15kg der Substanz A entstanden?

Aufgabe 7 (4 Punkte) Ferranien deckt seinen Eisenverbrauch selber und exportiert auch kein Eisen. 1980 betrug der Verbrauch 10 Millionen Tonnen, 1995 bereits 13 Millionen Tonnen und die jährliche Verbrauchszunahme blieb mehr oder weniger unverändert. Anfangs 1995 schätzte man den Eisenvorrat auf noch 400 Millionen Tonnen. Alarmiert durch die schwindenden Vorräte setzte die Regierung 1995 eine Kommission ein, die folgende Fragen beantworten sollte:

Wann werden die Eisenvorräte Ferranien aufgebraucht sein, falls die jährliche Verbrauchszunahme gleich bleibt? Wie stark müsste der Verbrauch von Jahr zu Jahr reduziert werden, damit die Vorräte bis zum Jahr 2200 ausreichen?

Aufgabe 8 (2 Punkte) Berechne ohne den Taschenrechner zu benutzen die folgende Summe. Der Rechenweg muss sichtbar sein.

$$\sum_{k=5}^8 \frac{i^k}{10^k}$$

(mit der imaginären Einheit i .)