

Name:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7
Punkte							

Summe:

Note:

Insgesamt gibt es 29 Punkte.

**Aufgabe 1** (3 Punkte) Bestimme eine Tangente an die Kugel  $x^2 - 2x + y^2 - 2y + z^2 - 4z - 19 = 0$  im Punkt  $B(4, 1, -1)$

**Aufgabe 2** (4 Punkte)

Bestimme die Kugel mit Mittelpunkt  $M(3|3|5)$ , die die

- a) Ebene  $3x + 5y - 7z = 12$  berührt.  
 b) Kugel  $x^2 - 4x + y^2 - 4y + z^2 - 6z - 8 = 0$  berührt.

**Aufgabe 3** (6 Punkte) Wie gross ist der Abstand der Ebene  $E : 3x + 4y - 13z = 5$  von den folgenden Ebenen?

- a)  $F : 3x + 4y - 13z = 17$   
 b)  $G : -9x - 12y + 39z - 15 = 0$   
 c)  $H : x + y + z + 1 = 0$

**Aufgabe 4** (4 Punkte) Bestimme die Mittelnormalenebene der Punkte  $A(2|4|3)$  und  $B(9|0|7)$

**Aufgabe 5** (4 Punkte) Spiegle die Ebene  $E : 3x + 5y - 7z = 12$  an der Ebene  $F : x + y = 5$

**Aufgabe 6** (4 Punkte) Bestimme die Kugel mit Mittelpunkt  $M(1, 2, 3)$ , die die Gerade

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ berührt.}$$

**Aufgabe 7** (4 Punkte) Bestimme eine Ebene, die parallel zu den Geraden

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ und } h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ ist und von beiden Geraden den gleichen Abstand hat.}$$

**Lösungen:** 1)  $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

2a)  $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 529/83$  b)  $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 31 - 10\sqrt{6}$

3) a)  $12/\sqrt{194}$  b)  $10/\sqrt{194}$  c) 0 4)  $7x - 4y + 4z = 50.5$

5)  $144x + 15y + 35z = 135$  6)  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 15.15$

7)  $-34y + 17z = -46$ , oder auch  $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$