Test Nummer 1 3f, 21.09.2022

Name:

Aufgabe	1	2	3	4	5
Punkte					

Summe: Note:

Insgesamt gibt es 23 Punkte.

Die Formelsammlung und der Taschenrechner TI30X Pro sind zugelassen.

1. (6 Punkte) Argumentieren

Wir betrachten Polynomfunktionen vom Grad n. (Siehe Formelsammlung Seite 13).

Beispielsweise ist $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 5x$ eine Polynomfunktion vom Grad 2 mit $a_3 = 2$, $a_2 = -12$, $a_1 = 5$ und $a_0 = 0$.

Quadratische Funktionen sind Polynomfunktionen vom Grad 2: $q(x) = a_2x^2 + a_1x + a\_0$.

Sie wissen, dass die Parabel nach oben geöffnet ist, wenn $a_2 > 0$.

Begründen Sie nun:

a) Eine Polynomfunktion vom Grad 3 hat nie vier Nullstellen. (Sie können hier mit der Ableitung argumentieren. Aber auch auf anderen Wegen.) Skizzen können sehr helfen.

b) Ist $a_3 > 0$ so verläuft eine Polynomfunktion vom Grad 3 für sehr grosse x oberhalb der x-Achse. Für sehr kleine x verläuft sie unterhalb der x-Achse. (Auch hier kann die Ableitung weiterhelfen

c) Ist $a_4 > 0$ so verläuft eine Polynomfunktion vom Grad 4 für sehr grosse x oberhalb der x-Achse. Für sehr kleine x verläuft sie auch oberhalb der x-Achse. (Auch hier kann die Ableitung weiterhelfen

2. (4.5 Punkte) Bestimmen Sie die ersten *beiden* Ableitungen zu den folgenden Funktionen. Bestimmen Sie jeweils auch die Steigung an der Stelle $x = -1$

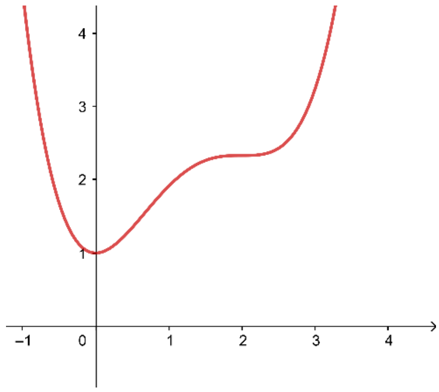
$f(x) = 3x^3 + 42x + 17$

$g(x) = x^{17} + \frac{1}{x} + \sin(x)$

3. (1.5 Punkte) Finden Sie eine Funktion, die die folgende Ableitung hat:

. $h(x) = x^3 + \frac{x^2}{3} + 42$

4. (3 Punkte) Zeichnen Sie auf dem Graphen ein, wo die Funktion
A einen Tiefpunkt hat
B einen Hochpunkt hat
C einen Sattelpunkt hat
D einen Wendepunkt hat
e wo Sie linksgekrümmt ist
f wo Sie rechtsgekrümmt ist



5. (8 Punkte) Gegeben ist die Funktion $f(x) = 0.2x^3 - 0.8x^2 - 0.45x + 1.8$

Bestimmen Sie die Nullstellen, die kritischen Punkte und deren Typ und die Wendepunkte. Zeichnen Sie mit diesen Punkten die Funktion.

Lösungen

1. a) Zum Beispiel: jede Nullstelle x_0 entspricht einem Linearfaktor $(x-x_0)$. Bei vier Nullstellen ergeben sich vier Linearfaktoren. Ausmultiplizieren gibt eine Funktion vom Grad 4.
   b) Die Ableitung ist eine nach oben geöffnete Parabel. Für grosse x ist die Ableitung auf jeden Fall positiv und wird immer grösser – irgendwann wird die Funktion positiv, egal wie klein der Funktionswert zwischendurch einmal war (eine Zeichnung hilft). Analog für kleine x.
   c) analog
2. $f'(x) = 9x^2 + 42, f''(x) = 18x, f'(-1) = 5$

   $g'(x) = 17x^{16} - \frac{1}{x^2} + \cos(x),\ \ g''(x) = 272x^{15} - \frac{2}{x^3} - \sin(x)\,, g'(-1) = 16 + \cos(-1)$
3. $H(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^3 + 42x$
4. A bei x=0, kein B, C bei x=2, D bei x=0.8. Rechtsgekrümmt zwischen D und C, linksgekrümmt sonst.
5. Nullstellen bei x=-1.5, x=1.5 und x=4. Hochpunkt (-0.26,1.86), Tiefpunkt (2.92,-1.36. Wendepunkt (4/3, ¼).