

Die Formelsammlung und der Taschenrechner TI30X Pro sind zugelassen.

Zeit: 60 Minuten

Name:

Aufgabe	1	2	3	4	5
Punkte					

Summe:

Note:

Insgesamt gibt es 27 Punkte.

1. (2+2 Punkte) Gegeben sind die Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + t_1 \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + t_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- a) Berechnen Sie den Winkel zwischen g und h .
 b) Berechnen Sie einen allfälligen Schnittpunkt von g und h .

2. (3 Punkte) Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene durch die Punkte $P(1 | 1 | 0)$ und $Q(2 | 3 | 2)$ und $R(0 | 5 | 1)$

3. (3+4 Punkte) Gegeben sind jeweils zwei Ebenen \mathcal{E}_1 und \mathcal{E}_2 .

Untersuchen Sie die Lage der Ebenen zueinander.

- Falls sich die Ebenen schneiden: Bestimmen Sie die Schnittgerade.
- Falls sich die Ebenen nicht schneiden: Finden Sie einen beliebigen Punkt P auf \mathcal{E}_1 . Schneiden Sie die Gerade durch P , die senkrecht zu \mathcal{E}_2 verläuft mit \mathcal{E}_2 . Das gibt einen Punkt Q . Bestimmen Sie den Abstand der Punkte P und Q .

a) $\mathcal{E}_1: 4x + 2y - 3z = 8$

$\mathcal{E}_2: -8x + 8y + 6z = -8$

b) $\mathcal{E}_1: 2x - 3y + 4z = 10$

$\mathcal{E}_2: -4x + 6y - 8z = 38$.

4. (2+3+2 Punkte) Gegeben ist die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- a) Finden Sie eine Ebene \mathcal{E}_1 , die keine gemeinsamen Punkte mit der Gerade g hat.
 b) Die Ebene \mathcal{E}_2 verläuft senkrecht zu g und geht durch den Punkt $P(2 | 2 | 2)$. Bestimmen Sie den Schnittpunkt S von \mathcal{E}_2 und g .
 c) Die Ebene \mathcal{E}_3 enthält die Gerade g und den Punkt $P(2 | 2 | 2)$. Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene.

5. (3+3 Punkte) Gegeben ist die Ebene

$$\mathcal{E}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Bestimmen Sie die Schnittgerade dieser Ebene mit der y - z -Ebene.
 b) Bestimmen Sie die Schnittgerade dieser Ebene mit der Ebene $z=4$.

Lösungen

1)a) 47.9 Grad b) (2,-2, 5)

2) $2x+y-2z=3$

3)a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5/3 \\ 2/3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3/4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\sqrt{29}$

4)a) $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

b) (3,1,0)

c) $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

5)a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -8 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. b) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$.