

Name:

Aufgabe	1	2	3
Punkte			

Summe:

Note:

Insgesamt gibt es 21 Punkte.

Die Formelsammlung und der Taschenrechner TI30X Pro sind zugelassen.

1. Die Sekantensteigung einer Funktion an einer Stelle x ist $m = \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$. Für $f(x) = x^2 + 2x$ und $h = 0.01$ ist $m = \frac{(x+0.01)^2+2(x+0.01)-x^2-2x}{0.01}$.

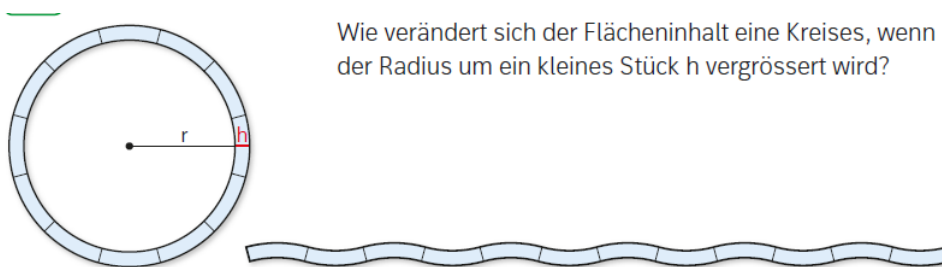
a) Zeigen Sie mithilfe von Termumformungen, dass gilt $m = 2x + 2 + 0.01$.

b) Was ergibt sich wohl für $h = 0.0001$?

c) Begründen Sie mit Hilfe der Sekantensteigung, dass $f'(x)=2x+2$ ist.

d) Jemand sagt: «Die Geschwindigkeit beschreibt, wie gross meine Ortsänderung in einem gewissen Zeit ist. Zu einem exakten Zeitpunkt, zum Beispiel $t = 2$ ändert sich mein Ort aber gar nicht. Die Momentangeschwindigkeit sollte also immer Null sein.» Nehmen Sie Stellung zu dieser Aussage – und versuchen Sie dabei, die Idee der lokalen Änderungsrate zu erklären.

2. Im Bild wird der Unterschied in der Fläche eines Kreises mit Radius r und eines Kreises mit Radius $r + h$ angeschaut.



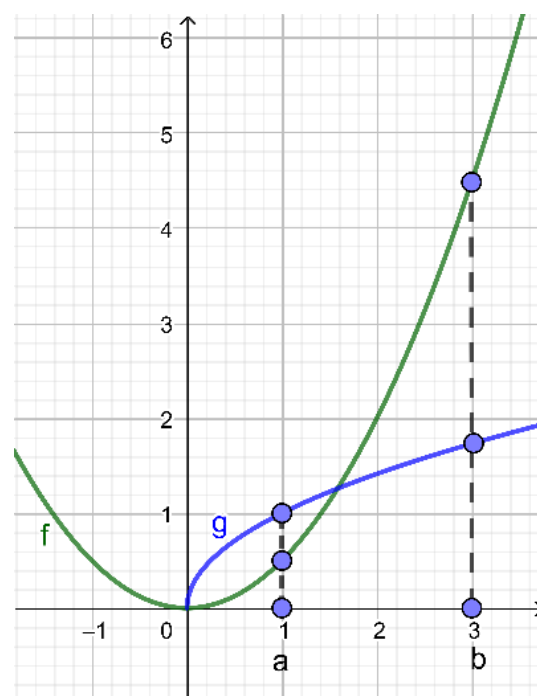
Begründen Sie mit Hilfe des Bildes, warum die Ableitung Funktionsgleichung für die Fläche des Kreises gerade den Kreisumfang ergibt.

BITTE WENDEN!

3. Hier sind die Graphen von $f(x) = 0.5 \cdot x^2$ und $g(x) = \sqrt{x}$ dargestellt. Es gilt $f'(x) = x$ und $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Es geht um die folgende Aussage: «Bei $f(x)$ nimmt die Ableitung von links nach rechts zu. Bei $g(x)$ ist es umgekehrt.»

- a) Prüfen Sie die Aussage an Hand von einigen Beispielen.



(Bei den nächsten beiden Teilaufgaben geht es um allgemeine Aussagen. Dabei kann es hilfreich sein, einige weitere Beispiele von Funktionen anzuschauen. Vielleicht finden Sie die Antwort aber auch durch Nachdenken, ohne Beispiele....)

- b) Wie muss der Graph einer Funktion aussehen, damit Ableitungen von links nach rechts zunehmen? Begründen Sie Ihre Antwort.
 c) Welche Eigenschaft muss die Ableitungsfunktion einer Funktion haben, damit die Ableitung von links nach rechts zunimmt? Begründen Sie Ihre Antwort.

Lösungen:

1) a) Vereinfachen von $\frac{(x+0.01)^2 + 2(x+0.01) - x^2 - 2x}{h}$ gibt $2x + 0.01 + 2$

b) $2x + 0.0001 + 2$

c) Term aus 1 a mit h statt 0.01 gibt $2x + 2 + h$. Dann $h=0$.

2) Der graue Kreisring stellt $f(x+h) - f(x)$ dar. Er ist rechts ausgebreitet und ist näherungsweise ein Rechteck. Die lange Seite entspricht dem Umfang u , die kurze ist h . Also $f(x+h) - f(x) = Uh$. Division durch h gibt, dass der Differenzenquotient dem Umfang entspricht. Im Grenzwert bedeutet dies $f'(x) = U$.

3) a) an einigen Stellen Tangenten zeichnen, oder in die Ableitungsfunktion einsetzen.

b) Die Ableitung ist die Steigung. Nimmt die Ableitung zu, muss die Steigung zunehmen. Die Funktion muss also nach links gekrümmt sein.

c) Die Ableitung ist die Steigung. Steigung positiv heisst-Ableitung positiv. Hier muss die Ableitung der Ableitung positiv sein. Also muss die zweite Ableitung positiv sein.