Prüfung Argumentieren 3h, 20.05.2021

Name:

Aufgabe	1	2	3
Punkte			

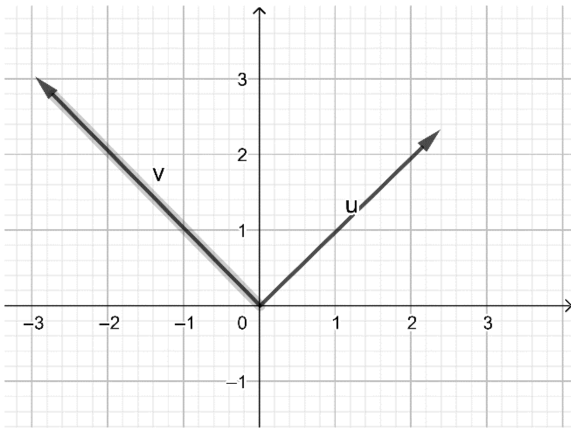
Summe: Note:

Die Formelsammlung und der Taschenrechner TI30X Pro sind zugelassen.

1. **«Wie lässt sich eigentlich erkennen, ob zwei Vektoren senkrecht aufeinander stehen?»**

   Diese Frage soll in dieser Aufgabe beantwortet werden. Sie dürfen mit Beispielen arbeiten, Sie dürfen den Taschenrechner verwenden, Sie dürfen die Formelsammlung verwenden (ausser Seite 28)

   a) Die Vektoren $\binom{2}{0}$ und $\binom{0}{4}$ sind senkrecht zueinander – einer ist horizontal, einer vertikal. Das ist klar. Auch die Vektoren rechts im Bild sind senkrecht zueinander. Sind die Vektoren $\binom{2.9}{-4.8}$ und $\binom{6}{4.4}$ senkrecht zueinander?
   Zeichnen Sie die beiden Vektoren auf Ihr Blatt, und geben Sie eine Vermutung ab. Sind Sie sicher mit der Vermutung?



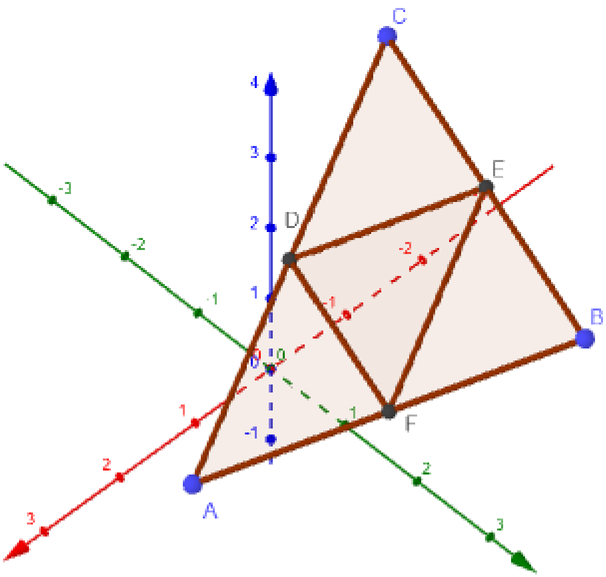
   b) Zeichnen Sie zwei weitere Vektoren, die senkrecht zueinander sind – und nicht auf den Koordinatenachsen verlaufen.
   Lesen Sie die Komponenten der Vektoren ab. Sind Sie sicher, dass die Vektoren mit diesen Komponenten (exakt) senkrecht zueinander sind?

   c) Wir betrachten nun allgemein zwei Vektoren $\binom{a_1}{a_2}$ und $\binom{b_1}{b_2}$. Finden Sie heraus, wie Sie aus den Komponenten der Vektoren berechnen können, ob diese senkrecht zueinander sind. (Ein möglicher Lösungsweg geht über den Satz von Pythagoras)

   d) Betrachten Sie nun Vektoren mit drei Komponenten. Was müssen Sie mit den Komponenten berechnen, um zu wissen, dass die beiden Vektoren senkrecht aufeinander stehen?

BITTE WENDEN!

2. **«Die Verbindungsstrecke der Mittelpunkte zweier Dreiecksseiten ist stets zur dritten Seite parallel und halb so lang wie diese»** Dieser Satz soll bewiesen werden. Genauer formuliert:



In der Graphik ist D der Mittelpunkt der Seite AC und E ist der Mittelpunkt der Seite BC.

a) Wählen Sie beliebige Koordinaten für ein Dreieck ABC und prüfen Sie die Aussage nach.

b) Beweisen die Aussage mit Hilfe von geeigneten Vektorzügen.

Lösungsideen:

1) a) Die zweiten Vektoren sind nur fast senkrecht zueinander.

b) Wird ein Vektor um 90 Grad gedreht, so vertauschen sich die Komponenten, und eine wird negativ. So lassen sich leicht senkrechte Vektoren finden. Das ist auch eine Lösung von Teil c)

d) Zunächst eine zweite Lösung von Teil c. Das Skalarprodukt ist hier noch nicht bekannt. Es muss mit dem Satz von Pythagoras angesetzt werden. A^2+b^2=c^2.Wobei c die Verbindungsstrecke von a und b ist. Die Länge ergibt sich mit den Koordinaten. Es sollte sich als Bedingung $a_1b_1+a_2b_2=0$ ergeben. Dreidimensional ergibt sich damit analog

$a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3=0$

2) Der Ortsvektor zum Mittelpunkt der Strecke AB ist $\vec{}\{a\} + 0.5\,\vec{}\{AB\} = \vec{}\{a\} + 0.5(\vec{b} - \vec{a} =\backslash 0.5\vec{a} + 0.5\vec{b}$. Damit lässt sich der Verbindungsvektor zwischen zwei Mittelpunkten aurechnen. Es ergibt sich die Hälfte des Verbindungsvektors der Seite.